Wakamatsu tilting module と derived category について

相原琢磨 (千葉大学大学院自然科学研究科)*

k を体, A を有限次元 k-algebra とする. また, 考える module はすべて有限生成とする.

A 上の module T_A に対して,

(1) T_A : progenerator $\overset{def}{\Leftrightarrow}$ add-T_A = proj-A

(2) T_A : tilting module $\overset{def}{\Leftrightarrow}$ $\mathrm{Ext}_A^{n>0}(T_A, T_A) = 0$ かつ $K^b(\text{add-}T_A) = K^b(\text{proj-}A)$ in $D^b(\text{mod-}A)$

このとき, $B := \mathrm{End}_A(T)$ とすると, T_A と A, B 間に対して, 次の図式が成り立つ.

$$\begin{tikzcd} T_A & : & \text{progenerator} \arrow[r, Rightarrow] \arrow[d, Leftrightarrow] & \text{tilting module} \arrow[d, Rightarrow, "*1"] \\ \text{equivalence} & : & \text{Morita} \arrow[r, Rightarrow] & \text{derived} \end{tikzcd}$$

本講演では, tilting module の拡張である”Wakamatsu tilting module”について考える. 特に, 『A と B がどのくらい似ているか?』について考察する. つまり,

$$\begin{tikzcd} T_A & : & \text{progenerator} \arrow[r, Rightarrow] \arrow[d, Leftrightarrow] & \text{tilting module} \arrow[r, Rightarrow] \arrow[d, Rightarrow] & \text{Wakamatsu tilting module} \arrow[d, Rightarrow] \\ \text{equivalence} & : & \text{Morita} \arrow[r, Rightarrow] & \text{derived} \arrow[r, Rightarrow] & \boxed{\textbf{?}} \end{tikzcd}$$

しかし, $\boxed{\textbf{?}}$ に何が埋まるかは”謎”である. 今回は, その”謎”について今考えていることを話したい. 何かお気づきの点があったら, ご教授ください.

---

* 04um0101@g.math.s.chiba-u.ac.jp

*1 これを拡張したのが, Rickard の定理 (Morita の定理の derived equivalence バージョン) である.