

曲線と対応する語の不変量について

伊藤 昇 (早稲田大学)

曲線に対応する語とは、文字に対して異なる2元(例えば -1 か 1)のいずれかが割り振られている文字列のことである。この語の集合は適当な同値関係を入れることにより、曲面上の曲線と1対1に対応する。語を分類する不変量がどんな性質を持つか、ということを考えるのが本講演の目的である。

語の結び目理論への応用はトラエフ(V. Turaev)によってなされた[Tu]。結び目を捉えるときは、異なる4元のいずれかが文字に対して割り振られている文字列(これも語と呼ばれる)を使う。トラエフは、ジョーンズ多項式やカンドルの類似物といった結び目の不変量を構成するために、それぞれ結び目のどんな情報を使っているのかを語を用いて見ている。

一方、ヴァシリエフ(V. A. Vassiliev)が結び目の量子不変量を低次項から近似する、有限型不変量を導入した。ここで結び目の量子不変量とは量子展開環のR行列から得られる不変量の総称であり、上で書いたジョーンズ多項式はその基本的な例である。また、アーノルド(V. I. Arnold)はヴァシリエフの考えを平面曲線に適用して平面曲線に対する次数1の有限型不変量を構成し[Ar]、ポリャク(M. Polyak)がそれを整理し直した[Po]。

ここではまず、語を用いて曲面上の曲線の完全不変量となるような有限型不変量を構成する。その後で有限型不変量という視点で既存の不変量と新たな不変量との関係をみていく。

参考文献

- [Ar] V. I. Arnold, *Topological invariants of plane curves and caustics*, University Lecture Series **5**, Providence, RI, 1994.
- [Po] M. Polyak, *Invariants of curves and fronts via Gauss diagrams*, *Topology* **37** (1998), 989–1009.
- [Tu] V. Turaev, *Knots and words*, *International Mathematics Research Notices* **2006** (2006), article ID 84098, 1–23.