The complementary prime graphs of finite groups

Hiroshi Murakami
Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University
Kumamoto 860-8555, Japan
040d9116@st.kumamoto-u.ac.jp

Abstract

G を有限群とし, $\pi(G)$ を G の位数を割る素数全体の集合とする. G の素数グラフ (prime graph) とは, 頂点集合を $\pi(G)$ とし, 2 頂点 p, q に対し, G に位数 pq の元が存在するときに p と q を辺で結んだグラフのことをいう. G の素数グラフを $\Gamma(G)$ で表す. この素数グラフの補グラフを G の補素数グラフ (complementary prime graph) と定義し, $\Gamma^C(G)$ で表す. 講演ではまず

- G の補素数グラフの実例,
- G の補素数グラフの基本性質と, G の素数グラフとの比較,

について述べる. 次に以下の定理について述べる.

定理(飯寄-村上)　G の補素数グラフが連結ならば, 以下のいずれかが成り立つ:

(1) G は可解群,

(2) G に正規列 $G \supseteq N \supseteq M \supseteq 1$ が存在して, G/N と M は可解群, N/M は交代群 A_n (但し $n, n-1, n-2$ は全て素数ではない) を除く非可換単純群.

この定理の証明には, 有限単純群の分類定理と, 飯寄・千吉良・八牧 [1] の結果を用いている.

最後に, G の補素数グラフの応用について述べる. G を可解群とすれば, G の補素数グラフの任意の 3 点について, それが complete graph になることはない. そこで, 有限単純群 G について, G の補素数グラフの任意の 3 点が complete graph にならない群の決定について述べる. この証明の一部には Lucido-Moghaddamfar [2] の結果を用いている.

参考文献

[1] N. Chigira, N. Iiyori, and H. Yamaki, *Non-abelian Sylow subgroups of finite groups of even order*, Invent. Math. **139** (2000), 525–539.

[2] M. S. Lucido and A. R. Moghaddamfar, *Groups with complete prime graph connected components*, J. Group Theory (2004), no. 7, 373–384.